2.22) Primero, busco la expresión gral de la TL ya que:

$$R([1\ 0\ 0]^T) = [\cos\theta\ \ \text{sen}\theta\ \ 0]^T,$$
$$R([0\ 1\ 0]^T) = [-\text{sen}\theta\ \ \cos\theta\ \ 0]^T,$$
$$R([0\ 0\ 1]^T) = [0\ 0\ 1]^T$$

Como un $v \in \mathbb{R}^3$ cualquiera puede expresarse como:

$$v = \alpha_1 . (1,0,0) + \alpha_2 . (0,1,0) + \alpha_3 . (0,0,1) \quad \triangle$$

Aplicando la TL de ambos lados y usando las prop. de las TL:

$$R(v) = \alpha_1 . R(1,0,0) + \alpha_2 . R(0,1,0) + \alpha_3 . R(0,0,1) \rightarrow$$

$$\rightarrow R(v) = \alpha_1 . [\cos\theta\ \ \text{sen}\theta\ \ 0]^T + \alpha_2 . [-\text{sen}\theta\ \ \cos\theta\ \ 0]^T + \alpha_3 . [0\ 0\ 1]^T$$

$$\rightarrow R(v) = [\alpha_1\cos\theta - \alpha_2\text{sen}\theta\ \ \ \alpha_1\text{sen}\theta + \alpha_2\cos\theta\ \ \ \alpha_3]^T \quad *$$

Busco los escalares $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ con $\triangle$

$$\rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = x_1 \\ \alpha_2 = x_2 \\ \alpha_3 = x_3 \end{cases}$$

Por lo tanto:

$$* \rightarrow R(v) = [x_1\cos\theta - x_2\text{sen}\theta\ \ \ x_1\text{sen}\theta + x_2\cos\theta\ \ \ x_3]^T$$

o de forma más compacta:

$$R\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Entonces ahora puedo hallar $T(v_1)$, $T(v_2)$, $T(v_3)$ siendo $v_1 = [1\ 0\ 0]^T$, $v_2 = [1\ 1\ 0]^T$, $v_3 = [1\ 0\ 1]^T$ · por $\pi/4$:

$$R_{\pi/4}(v_1) = \begin{bmatrix} \cos(\pi/4) \\ \text{sen}(\pi/4) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}707 \\ 0{,}707 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_{\pi/4}(v_2) = \begin{bmatrix} \cos(\pi/4) - \text{sen}(\pi/4) \\ \text{sen}(\pi/4) + \cos(\pi/4) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1{,}41 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_{\pi/4}(v_3) = \begin{bmatrix} \cos(\pi/4) \\ \text{sen}(\pi/4) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}707 \\ 0{,}707 \\ 1 \end{bmatrix}$$

b)

La matriz respecto de la base canónica de la rotación en sent. antihorario del plano xy alrededor de z es:

$$[MR_z^{\theta}]_E^E = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\,\theta & 0 \\ \text{sen}\,\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, para armar la de la rotación de yz alrededor de x, dejo fijo la x:

$$[MR_x^{\theta}]_E^E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\,\theta \\ 0 & \text{sen}\,\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

y c) dejo fijo y.

$$[MR_y^{\theta}]_E^E = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\text{sen}\,\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}\,\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$